



Amaia Apraiz

con la colaboración de Javier Santibáñez

MATEMÁTICA FINANCIERA

DE LA LÓGICA A LA FORMULACIÓN



Desclée
De Brouwer

MATEMÁTICA FINANCIERA DE LA LÓGICA A LA FORMULACIÓN

Amaia Apraiz

Con la colaboración de Javier Santibáñez

BIBLIOTECA DE GESTIÓN
DESCLÉE DE BROUWER

Índice

| | |
|---|-----------|
| PRESENTACIÓN | 7 |
| 1 INTRODUCCIÓN | 9 |
| 1.1 El valor del dinero en el tiempo..... | 9 |
| 1.2 Terminología | 13 |
| 1.3 Procedimiento de análisis..... | 13 |
| 1.4 Contenido del libro | 15 |
| 2 DEPÓSITOS Y DESCUENTOS | 19 |
| 2.1 Depósitos | 19 |
| 2.1.1 Depósito sin reinversión de intereses..... | 20 |
| 2.1.2 Depósito con reinversión de intereses | 24 |
| 2.1.3 Cuando se pagan intereses fraccionados | 27 |
| 2.1.4 La TAE en las operaciones de depósito..... | 40 |
| 2.2 Descuentos..... | 49 |
| 2.2.1 La letra de cambio..... | 50 |
| 2.2.2 Descuento de la letra de cambio | 51 |
| 2.2.3 La TAE en las operaciones de descuento | 63 |
| 2.3 Ejercicios | 67 |
| 3 AHORRO Y RESCATE | 81 |
| 3.1 Ahorro mediante renta constante | 86 |
| 3.2 Valoración de un ahorro fraccionado como anual | 97 |
| 3.3 Ahorro mediante entregas anuales variables..... | 103 |
| 3.3.1 Rentas anuales variables en progresión aritmética..... | 103 |
| 3.3.2 Rentas anuales variables en progresión geométrica | 108 |
| 3.4 Ahorro mediante rentas fraccionadas variables..... | 113 |
| 3.5 Rescate mediante renta constante..... | 123 |
| 3.5.1 El caso particular de la renta perpetua..... | 129 |
| 3.6 Rescate mediante renta fraccionada | 131 |
| 3.6.1 El caso particular de la renta perpetua..... | 134 |
| 3.7 Valoración de rescates fraccionados como anuales..... | 135 |
| 3.8 Rescate mediante rentas variables..... | 138 |
| 3.8.1 Rentas variables en progresión aritmética | 139 |
| 3.8.2 Rentas variables en progresión geométrica | 143 |
| 3.9 Ejercicios | 151 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 4 | PRÉSTAMOS Y EMPRÉSTITOS..... | 183 |
| 4.1 | Conceptos básicos..... | 183 |
| 4.2 | Sistema de amortización francés..... | 189 |
| 4.3 | Sistema de amortización uniforme..... | 194 |
| 4.4 | Sistema de amortización alemán..... | 197 |
| 4.5 | Usufructo, nuda y plena propiedad..... | 203 |
| 4.6 | Cálculo de la TAE en los préstamos..... | 205 |
| 4.7 | Empréstitos..... | 208 |
| 4.7.1 | Tipos de títulos..... | 209 |
| 4.8 | Ejercicios..... | 215 |
| 5 | MERCADOS Y PRECIOS DE RENTA FIJA | 251 |
| 5.1 | Conceptos básicos..... | 251 |
| 5.2 | Características de un título..... | 253 |
| 5.3 | El mercado primario: la subasta del Tesoro Público..... | 256 |
| 5.3.1 | Cálculo del precio..... | 258 |
| 5.3.2 | Cálculo de la rentabilidad..... | 260 |
| 5.4 | El mercado secundario..... | 272 |
| 5.5 | Riesgo asociado a un título..... | 280 |
| 5.5.1 | El riesgo en finanzas..... | 280 |
| 5.5.2 | <i>Duratio</i> : Riesgo de tipo de interés..... | 281 |
| 5.6 | Ejercicios..... | 291 |
| | ANEXO I: RESUMEN DE FÓRMULAS..... | 309 |
| | ANEXO II: CÓDIGO <i>VISUAL BASIC</i> | 315 |
| | Rentas Variables..... | 315 |
| | Ahorro y préstamo..... | 318 |
| | BIBLIOGRAFÍA | 329 |

PRESENTACIÓN

Resulta inevitable comenzar diciendo que este libro es el resultado de más de veinte años de experiencia docente en La Comercial de Deusto, hoy *Deusto Business School* (DBS). Muchas veces he leído introducciones similares en otras páginas de presentación y he de confesar que otras tantas veces he pensado: *“qué necesidad habrá de escribir nuevos libros sobre una materia sobre la que ya se ha escrito todo...”* Pero por otro lado, la realidad es tozuda en demostrar que son muchos los estudiantes que encuentran dificultad en asimilar los conceptos más elementales relativos, por ejemplo, a las diferentes acepciones sobre los tipos de interés. A partir de ahí la matemática financiera se convierte en una especie de caja negra llena de fórmulas incomprensibles.

En este libro hemos tratado de resolver este persistente problema abordando el tema desde una óptica diferente, tal y como ya sugiere el título: *“Matemática Financiera, de la lógica a la formulación”*. Inspirada en el modelo de enseñanza-aprendizaje de la Universidad de Deusto, esta particular perspectiva es lo que, en nuestra opinión, constituye su principal aportación y su más interesante característica.

El modelo consiste en **situar al estudiante en el contexto**, antes de intentar ninguna aproximación teórica al tema. Una vez situado, debe **observar atentamente** lo que encuentra a su alrededor. Con ese material se aborda la **conceptualización**, es decir se llega propiamente a las fórmulas. A continuación se guiará al estudiante en el proceso de relacionar y **experimentar con los nuevos conceptos**. El ciclo de aprendizaje finaliza con la **evaluación**.

En cada capítulo, a excepción del introductorio, se parte de un diferente contexto y se acompaña al estudiante por todo el proceso, excluyendo la evaluación, claro está. Estos diferentes contextos corresponden a las operaciones financieras básicas que se estudian en el curso: depósitos y

descuentos, ahorro y rescate, préstamos y empréstitos y finalmente, mercados y precios de renta fija.

Los estudiantes deben comprender que la fórmula es lo de menos, que siempre hay un libro donde se puede consultar. Lo importante, en nuestra opinión, es que, si se ha comprendido bien la materia, se puede alcanzar una solución muy aproximada a un problema aplicando únicamente el sentido común y realizando sencillos cálculos aritméticos con los operadores elementales. El verdadero dominio se manifiesta cuando quien se enfrenta a un problema, tiene ya una idea muy aproximada sobre cuál va a ser la solución exacta y una vez conocida ésta, puede confirmar su buena lógica o bien descubrir algún error en su razonamiento.

No debemos olvidar además que en esta materia la precisión es fundamental, debiendo llegar hasta el segundo decimal o el tercero, en el caso de porcentajes. Por ello el empleo de la hoja cálculo resulta imprescindible. En el libro se incluyen ejercicios resueltos en los que se muestran las fórmulas de Excel empleadas y se explican sus particularidades.

Y, finalmente, unas palabras de agradecimiento a quienes han hecho posible que este proyecto llegue a su término. En primer lugar a mi amigo y compañero Javier Santibáñez, colaborador imprescindible. También a Fernando Gómez-Bezares, director del Departamento de Finanzas de la facultad, por lo que nos ha enseñado, por su paciente lectura y sus acertadas sugerencias. Por último a Leyre Goitia, amiga y compañera de fatigas en la actividad docente, por su permanente apoyo, su minuciosa lectura de la teoría y su exhaustiva comprobación de fórmulas y cálculos. Pero sobre todo por su generosidad, por facilitarme el trabajo y ayudarme a sacar tiempo para escribir estas páginas.

Muchas gracias a todos.

Amaia Apraiz
Deusto Business School
Universidad de Deusto

1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo introductorio vamos a reflexionar sobre una serie de cuestiones que constituyen la base de la matemática financiera. Nos referimos a la **preferencia por el consumo presente frente al consumo futuro** como idea general y, a partir de ahí, al **valor del dinero en el tiempo** y la **equivalencia financiera**.

1.1 El valor del dinero en el tiempo

Vamos a suponer que acaba de ganar un premio consistente en 100€ y le dan a elegir entre recibir el dinero hoy o bien recibirlo dentro de un año, ¿cuál de las dos opciones escogería? Pueden darse diferentes situaciones:



Figura 1-1

Si necesito el dinero para realizar alguna operación, puedo gastarlo. Si no lo necesito, puedo meterlo en un cajón y así lo tendré el año que viene y además, en este caso, también podría invertirlo y obtener una rentabilidad.

Por lo tanto, la opción de disponer del dinero hoy incluye la posibilidad de tenerlo dentro un año y además permite hacer uso de él y gastarlo o invertirlo y obtener una rentabilidad. Luego la primera incluye la segunda y ofrece más.

Pero ahora suponga, que el premio no consiste en 100 sino en un coche de gama media. Y que tiene también la opción de elegir el momento en que puede empezar a disfrutar de él. Un coche, no sólo no nos ofrece la oportunidad de obtener una rentabilidad sino que, por el contrario, su valor será inevitablemente menor dentro de un año, sin mencionar los nada despreciables costes que conlleva su mantenimiento.

Aun así, tanto si el coche nos viene bien, se ajusta a nuestras necesidades y tenemos intención de usarlo, como si no, porque ya dispongamos de otro coche o porque sencillamente no tengamos permiso de conducir, probablemente escogeríamos la opción de tenerlo hoy, aunque fuera para venderlo. Cuanto antes lo tengamos, mucho mejor, puede además que dentro de un año no estemos aquí para disfrutarlo...

Puede también darse el caso de alguien que prefiera disponer del coche dentro de un año por razones de índole personal, por ejemplo, se está mudando de casa y ahora no dispone de garaje, o bien, va a viajar mucho durante este año y el coche va a permanecer casi todo el tiempo parado...

Tampoco hemos de olvidar que puede haber quien prefiera disponer del dinero más tarde, probablemente para no tener la oportunidad de gastarlo... pero esta ya es otra historia que no se explica desde una perspectiva financiera ni lógica, sino que encuentra sus razones en lo más recóndito del alma humana. Sea como sea, es fácil aceptar la idea de la preferencia innata por el presente:

**“(Casi) Todos preferimos disponer de nuestro premio hoy
que el año que viene”**

Y ello independientemente de que exista o no la posibilidad de obtener una rentabilidad financiera. Ya hemos visto cómo la rentabilidad financiera no es la única explicación de la preferencia por el presente, sólo es parte de una razón superior, una razón antropológica. Resumiendo:



El dinero, la rentabilidad, por sí solos, no pueden ni deben explicarlo todo.

Ahora bien, dado que este es un libro sobre Matemática Financiera, vamos a ocuparnos de estudiar las operaciones financieras más habituales, las prácticas bancarias más elementales y, en este ámbito, hemos de admitir, que el criterio aplicable es el de la rentabilidad financiera. Vamos a centrarnos, pues, en la tercera rama de la *Figura 1-1*, en la que el dinero de hoy puede convertirse en una cantidad superior en el futuro, y veremos cómo se calcula esa cantidad. Pero antes conviene recordar que esto no siempre ha sido así. Hubo un tiempo en que no existían bancos y en el que la gente prefería dejar su dinero en manos de otros, como por ejemplo de los Templarios, y pagar un dinero por su custodia, con el fin de protegerse de robos, ataques y saqueos. Sería una especie de interés negativo: pagar por dejar tu dinero a otro en lugar de cobrar por ello. Pero esa es otra historia, que también encuentra sus razones en lo más recóndito del alma humana. Otro ejemplo más reciente ha sido el de los intereses reales (el nominal menos la inflación) pagados por algunos títulos, en países como Alemania o Estados Unidos, que han llegado a ser cero o incluso han llegado a valores negativos, ya que representaban un refugio para el dinero que busca la seguridad, en la última crisis financiera, en que los mercados han sufrido fuertes convulsiones.

Todo el resto del libro va a tratar de operaciones en las que se cambian cantidades de dinero -que también denominaremos **capitales**- por otras cantidades de dinero, pero de un momento diferente. A estas operaciones de intercambio de capitales las vamos a llamar **operaciones financieras** y diremos que los capitales intercambiados en una operación financiera son **financieramente equivalentes**. Al decir financieramente equivalentes es evidente que no estamos diciendo que son iguales sino que estamos diciendo que las personas que intervienen en la operación aceptan las condiciones y están conformes con el intercambio. Todo ello se plasma en un acuerdo más o menos formal.